

# Physik des Fliegens

Ein reizvolles Thema, jungen Leuten die Gesetze der Mechanik lebendig zu vermitteln

Wolfgang Send

Otto Lilienthal, Luftfahrtpionier und Großmeister der Fliegekunst, hätte seine helle Freude gehabt, wenn er die Schüler und Schülerinnen einer 9. Klasse gesehen hätte, die mit einem künstlichen Vogel in einem Rundlauf die erforderliche Leistung zum Fliegen messen.

„Alles Fliegen ist Erzeugen von Luftwiderstand, alle Flugarbeit ist Überwinden von Luftwiderstand“ hat er vor mehr als 100 Jahren als Kernsatz geprägt. 20 Jahre lang hatte er Störche beim Flug beobachtet, bevor er 1889 sein bahnbrechendes Werk „Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst“ veröffentlichte und mit seinen nachfolgenden Gleitflügen der Menschheit eine neue Dimension der Bewegung erschloss. Ungeachtet dieser frühen Erkenntnisse von Lilienthal und anderen herrscht auch heute noch manche Verwirrung hinsichtlich der Frage, warum ein Vogel oder ein Flugzeug fliegt.

Hadte der Wegbereiter der modernen Luftfahrt noch die Natur zum Vorbild des Fliegens [1], so ist die Technik zu anderen Lösungen vorgestoßen: Triebwerke statt Schwingenflug bewegen heute Flugzeuge um den ganzen Erdball. Eine Boeing 747-400 steht mit fast 400 Tonnen am Start. Jedes ihrer vier Triebwerke hat eine Schubkraft von 260 000 N. Der neue Airbus A380 wird in der Grundversion 560 Tonnen wiegen und trotz dieser Masse mit 250 m/s über den Atlantik rasen.

Masse, Kraft und Geschwindigkeit sind die physikalischen Grundgrößen, welche die Physik des Fliegens beherrschen. Erforderliche Leistung als Produkt  $Kraft \times Geschwindigkeit$  entscheidet als Merkmal der Wirtschaftlichkeit über den Erfolg eines Flugzeugs – aber erst in der Luft. Den Start beherrscht Newtons Gesetz  $Kraft = Masse \times Beschleunigung$ . Empfiehlt sich der Autohersteller mit der Leistung des Motors, so kann den Kunden eines Flugzeugs nur die Schubkraft beeindrucken. Niemals findet man eine Leistungsangabe für ein Triebwerk. Allein die Schubkraft entscheidet, welche Startmasse auf der gegebenen Länge der Startbahn so beschleunigt werden kann, dass am Ende die Geschwindigkeit ausreicht, die notwendige Auftriebskraft an den Tragflügeln zum Abheben aufzubauen.



## Beobachtung der Natur

Warum entsteht Luftwiderstand, den Flugzeuge und fliegende Lebewesen mit ihren „Triebwerken“ überwinden müssen? Lilienthals (1848–1896) Beschreibung ist von unübertroffener Genauigkeit und gibt zugleich Zeugnis davon, um welche grundlegenden Einsichten er Jahre seines Lebens gerungen hat:

„Wenn ein Körper sich durch die Luft bewegt, so werden die Luftteile vor dem Körper gezwungen, auszuweichen und selbst gewisse Wege einzuschlagen. Auch hinter dem Körper wird die Luft in Bewegung geraten. Die hinter dem Körper befindliche Luft wird teilweise die Bewegungen des Körpers mitmachen, und außerdem werden gewisse regelmäßige Wirbelbewegungen in der Luft entstehen, welche sich noch eine Zeit lang auf dem von dem Körper in der Luft beschriebenen Wege vorfinden werden und erst allmählich durch die gegenseitige Reibung aneinander zur Ruhe kommen. Der vorher in Ruhe befindlichen Luft müssen alle diese Bewegungen, die für das Hindurchlassen des Körpers durch die Luft nötig sind, erst erteilt werden; und deshalb setzt die Luft dem in ihr bewegten Körper einen gewissen messbaren Widerstand entgegen, zu dessen Überwindung eine gleich große Kraft gehört.“ ([1], Seite 17)

Die Beobachtung des Tierflugs steht am Anfang der Aufklärung der Mechanismen der Schuberzeugung. Allerdings wird die Beobachtung von fliegenden Lebewesen extrem schwierig, wenn genaue Daten ermittelt werden sollen. Bei Vögeln erfahren die Flügel oft große Deformationen und sogar Flächenänderungen. Es gibt bewundernswerte Zeugnisse sorgfältiger Beobachtung in der Literatur und in Filmarchiven, aber vom Stand-

**Abb. 1:** Der Flug der Wanderheuschrecke lässt sich im Windkanal analysieren. Von außen angelegte Hochfrequenzfelder induzieren Spannungen in winzigen Spulen auf den Flügeln, aus denen die Kinematik des Flügels berechnet wird. Auf einer Windkanalwaage werden die Kräfte und Momente bestimmt [2]. (Foto freundlicherweise überlassen von Prof. W. Zarnack, Universität Göttingen).

Dr. Wolfgang Send,  
DLR-Institut für  
Aeroelastik,  
Bunsenstr. 10,  
37073 Göttingen,  
wolfgang.send  
@dlr.de

punkt des theoretischen Physikers werden nicht genug Größen erfasst, und die komplizierte Bewegung ist in strömungsmechanischen Rechnungen kaum nachzuvollziehen. Manche Insekten sind „theoriefreundlicher“, weil sich bei ihnen trotz großer Auslenkungen die Flügelflächen in sich wenig verformen. Vor allem sind Insekten leichter auch im Windkanal zu untersuchen. Ein Musterbeispiel an „Kooperationsfreudigkeit“ sind Wanderheuschrecken, deren Spannweite (Maß zwischen den Flügelspitzen) 10–12 cm beträgt (Abb. 1).

### Physik: Brücke zwischen Natur und Technik

Der Reiz des Themas Fliegen liegt in den Fächer übergreifenden, interdisziplinären Aspekten. Die Sprache der Physik, wie sie die Mechanik mit ihren Gesetzen und Begriffen prägnant pflegt, wird von Schülern wenig, von Schülerinnen noch weniger, um ihrer selbst willen geliebt. Verbindet man die spröde Mechanik aber mit einem Thema wie dem der Physik des Fliegens, das der Vermittlung komplexer Sachverhalte dient, dann nimmt der Wille zur Aneignung des Handwerkszeugs, der Sprache wie der Fähigkeit zum Experiment, erstaunlich zu. Jedenfalls ist dies der Eindruck des Autors nach vielen Begegnungen im Unterricht mit jungen Leuten. Physik wird Mittel zum Zweck, sich verständlich zu machen und angemessen Sachverhalte diskutieren zu können in einer durch Physik und Technik vielfältig geprägten Lebenswelt. Lehrerinnen und Lehrer mögen sich ermuntert fühlen, das Thema Fliegen aufzugreifen und den Unterricht damit zu bereichern.

Der vorliegende Artikel möchte deshalb einen spezifischen Beitrag zu einer solchen ganzheitlichen Behandlung des Themas Fliegen im Unterricht leisten, in dem er gemeinsame Grundlagen in Natur und Technik herausarbeitet und einigen selten diskutierten Grundfragen nachgeht. So lässt sich die Schuberzeugung bei Lebewesen heute ebenso gut demonstrieren und messen wie der Schub des Propellers an einem Flugzeugmodell. Zwischen dem Leistungsbedarf eines Flugzeugs und dem eines Insektes liegen viele Zehner-Potenzen und Anderes mehr, aber die physikalischen Begriffe bleiben die gleichen; Eckdaten für beide Abschätzungen finden sich im Verlauf des Artikels. Zum Auftrieb wird ein alternativer Zugang skizziert, dessen theoretische Behandlung wohl der Hochschuldidaktik vorbehalten bleibt. Aber Messen und Erklären wird dabei für *jede* Altersstufe sehr viel einfacher. Moderne Analyse- und Messverfahren wie Laserlichtschnitte und insbesondere die *Particle Image Velocimetry* (PIV) gestatten den gleichzeitigen Zugriff auf die Partikel eines gesamten Strömungsfeldes und zeigen eindrucksvoll nicht nur das Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}$  der Partikel um und hinter Tragflächen, sondern das zweite Verfahren liefert auch die zentrale physikalische Größe aller inkompressiblen Strömungen, die Wirbeldichte  $\mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{v}$ . Damit werden ehemals abstrakte mathematische Funktionen anschaulich verständlich.

### „Triebwerke“ der Vögel und Insekten

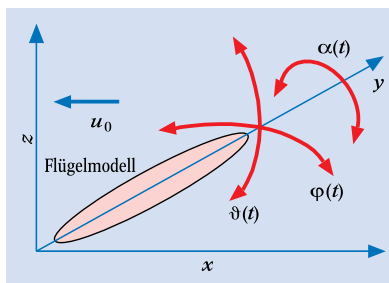
Der klassische, strömungsmechanisch günstig geformte Körper ist die Tragfläche, wie wir sie mit dickem, gewölbtem Profil als Querschnitt in einem Vogelflügel sehen oder als dünne Platte bei Insektenflügeln vorfinden. Die Entwicklung der Flugzeugtragflächen ist aus diesen Querschnitten hervorgegangen. Die Tragfläche verursacht Widerstand und lässt zugleich Auftrieb entstehen. Auftrieb steht definitionsgemäß senkrecht auf der Bahnrichtung und verlangt keine Leistung. Durch Leistung überwunden werden muss allein der Widerstand. In der Natur gibt es keine umlaufende Drehbewegung nach Art eines Propellers. Für die Erzeugung der Schubkraft hat die Evolution einen sinnreichen Mechanismus entwickelt, bei dem sich mit Flügeln zum Auftrieb durch geeignete Bewegung zugleich Vortrieb erzeugen lässt. Wir können diese beiden funktional im Tierflügel vereinten Eigenschaften heute in ihren wesentlichen Grundzügen verstehen und theoretisch wie experimentell nachvollziehen. Bei Flugzeugen sind die beiden Funktionen dagegen deutlich getrennt: Die Triebwerke an den Tragflächen dienen allein der Schuberzeugung, die Tragflächen selbst sind starr und liefern allein Auftrieb. Das fliegende Lebewesen bringt mit seinen Schlagmuskeln die Leistung auf, die mit hohem Wirkungsgrad von ca. 90 % in Schubleistung umgesetzt werden kann. Am Beispiel der eingangs gezeigten Heuschrecke lässt sich der Weg zu solchen Einsichten illustrieren.

Der Bewegungsapparat eines kleinen Insektes ist ein faszinierendes Wunderwerk der Natur, das jede menschliche Mikrotechnik konstruktiv und von den Materialien

her weit hinter sich zurück lässt. Das einfachste Modell eines Tierflügels (Abb. 2) wird durch *zehn Parameter* bestimmt, wenn man aus dem zeitlichen Verlauf der gemessenen Kurven nur den harmonischen Anteil (die Grundfrequenz der Flügelschlagbewegung) für die theoretische Ermittlung der Kräfte heranzieht:

Schlagen	$\vartheta(t) = \vartheta_s + \vartheta_0 \cos(\omega t + \kappa) + \dots$
Schwenken	$\varphi(t) = \varphi_s + \varphi_0 \cos(\omega t + \sigma) + \dots$
Drehen	$\alpha(t) = \alpha_s + \alpha_0 \cos \omega t + \dots$
Translation	$g(t) = u_0 t$

Jedes Lebewesen hat eine typische Frequenz des Flügelschlags, die nur wenig variiert. Massenverteilung und Steifigkeit der Flügel grenzen optimale Schlagfrequenzen ein. Für Insekten gilt, dass auch die mechanischen Abmessungen des ganzen Brustkorbs mit bestimmten Frequenzen einher gehen. Drei stationäre Mittelwerte (Index s), drei Amplituden (Index 0), zwei Phasenlagen  $\sigma$  und  $\kappa$  relativ zur Bezugsbewegung Drehen sowie die Frequenz  $f$  (bzw.  $\omega = 2\pi f$ ) und die Geschwindigkeit  $u_0$  bestimmen nach diesem Modell die Kinematik des Flügels, somit auch die Bewegung des Lebewesens [3]. Die höheren Frequenzanteile sind nicht mehr sehr ausgeprägt. Diese kinematischen Daten gehen in die aerodynamische Rechnung ein. Wenn diese stimmt, dann muss der erzeugte Schub im Gleichgewicht sein mit dem ebenfalls aus der Rechnung folgenden Widerstand des fliegenden Lebewesens – der Wunschtraum des Theoretikers. Wir konzentrieren uns



**Abb. 2:** Zusammen mit der Translation  $g(t)$  bilden die Freiheitsgrade Schlagen  $\vartheta(t)$ , Drehen  $\alpha(t)$  und Schwenken  $\varphi(t)$  nach Lilienthal die kinematischen Grundmuster des Fliegens.

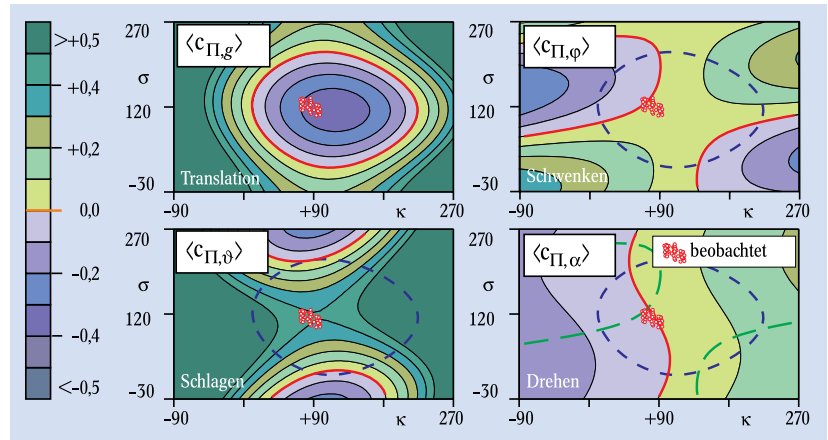
hier auf den Aspekt der Schuberzeugung und betrachten hierzu die für den Flügelschlag benötigten Leistungen  $P$ , die man über eine Flügelschlagperiode mitteln und als Mittelwerte  $\langle P \rangle$  analysieren kann.

Es ist in der Aerodynamik üblich, Kräfte und Leistungen als so genannte *Beiwerte* auf Größen der stationären Umströmung und geometrische Eckdaten zu beziehen. So ergeben der Staudruck  $q_0 = \frac{1}{2} \rho u_0^2$  und die Grundrissfläche  $A$  des Flügels die Kraft  $F_0 = q_0 A$ . Aus der Kraft folgt mit der Geschwindigkeit  $u_0$  die Leistung  $P_0 = F_0 u_0$ , wobei  $\rho$  die Dichte der Luft ist.

Die Schichtlinien der Leistungsbeiwerte in Abb. 3 geben eine typische Situation beim Fliegen wieder. Zu jedem der vier Freiheitsgrade  $x$  der Bewegung gehört ein Leistungsbeiwert  $\langle c_{\Pi,x} \rangle$ , der die aufzubringende oder frei werdende Leistung beschreibt:  $\langle P_x \rangle = \langle c_{\Pi,x} \rangle \cdot P_0 \cdot \alpha_0^2$ . Zur besseren Übersicht ist die Drehamplitude, auf die hier die Winkel bezogen sind, aus den Beiwerten herausgezogen. Die Abhängigkeit der Leistung vom Quadrat der Bezugsamplitude ist ein Merkmal instationärer Bewegungen, bei denen stets Kraft und Geschwindigkeit zeitabhängig sind. In den Bildern sind die theoretisch möglichen Ergebnisse für verschiedene Phasenlagen berechnet und mit den beobachteten Daten verglichen worden.  $\alpha = 90^\circ$  bedeutet, dass der Flügel beim Aufschlag den größten positiven Anstellwinkel (Vorderkante hoch, Hinterkante tief) beim Durchgang des Flügelschlags durch den stationären Mittelwert erfährt. Zugleich wird der Flügel für  $\sigma = 90^\circ$  beim Aufschlag entgegen der Bahnrichtung zurückgezogen. Beim Abschlag wird der Flügel nach vorne geschwenkt, sodass der Weganteil des Abschlags in Bahnrichtung deutlich größer ist als der des Aufschlags.<sup>2)</sup> Die Heuschrecke hat offenbar genau die Parameter „ausgewählt“, die zur optimalen Umsetzung der aufgeführten Leistung beim Schlagen in Schubleistung führen. Bedenkt man, dass die Wanderheuschrecken (und auch die artgeschützten Libellen) vier Flügel haben, so kommt das einfache aerodynamische Modell dieser Lebewesen auf fast 40 kinematische Parameter, höhere Harmonische und flexible Flügel noch gar nicht berücksichtigt.

Sind die „Triebwerke“ der fliegenden Lebewesen deshalb ein Geheimnis, das wir kaum entschlüsseln können? Es gibt zwei Gründe, die diesen Eindruck verstärkt haben mögen. Zum Einen ist schon die dynamische Auftriebskraft einer Tragfläche, die das Gewicht eines fliegenden Lebewesens oder eines Flugzeugs ausgleicht, ein schwieriges Thema – auch unter Physikern. Zum Anderen hat ein Kernexperiment zum Schwingenflug gefehlt, mit dem die Überwindung des Widerstands durch Flügelschlag quantitativ bestimmt und erklärt werden kann. Es fehlte nicht an flugtauglichen Flugmodellen. Die ersten künstlichen – und kunstvollen – Vögel gehen auf Erich v. Holst am Zoologischen Institut der Universität Göttingen zurück [5]. Schon zu Lilienthals Zeiten hat der französische Physiologe Étienne-Jules Marey (1830–1904) lebende Tauben in einem Rundlauf fliegen lassen und ihren Flug untersucht [6]. Aber einen Versuch nach Mareys Anordnung mit einem künstlichen Vogel hat es nie gegeben. Ein solcher Versuchsstand mit einem künstlichen Vogel, der – nur mit zwei schlagenden Flügeln angetrieben – in einem Rundlauf fliegt, wurde nun unlängst vom Autor zusammen mit dem Feinmechaniker Felix Scharstein entwickelt. Er wird inzwischen für Lehre und Forschung als ANIPROP RL3 in kleiner Auflage angeboten<sup>3)</sup>. Ein

Versuchsaufbau ist auch vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) für sein Jugendlabor DLR\_School\_Lab in Göttingen erworben worden und steht seit der EXPO 2000 Schulklassen und Lehrkräften zur Verfügung.<sup>4)</sup> An diesem künstlichen Vogel kann man zeigen, dass der zentrale Mechanismus noch einfacher ist als in Abb. 3 dargestellt. Schon die Schlagbewegung einer Tragfläche zusammen mit einer gleich-



**Abb. 3:** Leistungsbeiwerte beim Vorderflügel einer Wanderheuschrecke als Funktion der Phasenwinkel zwischen den verschiedenen Freiheitsgraden. Wie der Vergleich mit dem Experiment (rote Punkte) zeigt, wird Leistung beim Schlagen (grün) in Translationsleistung (blau) umgesetzt. Drehen und Schwenken machen die Umsetzung möglich, verbrauchen aber kaum Leistung (Theorie [3], Experiment [4]).  $u_0 = 2,5 \text{ m/s}$ ,  $f = 20 \text{ Hz}$ ,  $A = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $\alpha_0 = 0,52 \text{ rad}$  ( $30^\circ$ ).

zeitigen Drehung erzeugt eine Schubkraft, wenn die beiden Amplituden, die Phasenlage, die Frequenz und Geschwindigkeit zueinander passen. Eine einfache Darstellung dieser Zusammenhänge kann mit den Mitteln der Mathematik der Sekundarstufe II erarbeitet [7, 8] und an dem erwähnten Versuchsstand nachgeprüft werden. Referenz [8] ist im Internet verfügbar<sup>5)</sup> und enthält Vorschläge zur Erarbeitung voranstehender Sachverhalte im Unterricht.

### Formulierung des Umströmungsproblems

Wollen wir die Bewegung der Luft und deren Kraft auf eine feste Oberfläche beschreiben, so haben wir es mit der Formulierung eines Umströmungsproblems zu tun. Ein Flugzeug, der fallende Ahornsamen oder ein fliegendes Lebewesen, sie alle reizen zur Lösung des Umströmungsproblems. Will man Auftrieb und Widerstand berechnen, dann muss die eingangs nach Lilienthal zitierte Beschreibung der Umströmung in Formeln umgesetzt werden. Zu Lilienthals Zeiten, am Ende des 19. Jahrhunderts, herrschte weder Klarheit über den Widerstand, den die umgebende Luft auf einen umströmten Körper ausübt, noch hatte man eine Vorstellung, welche Kräfte die fliegenden Lebewesen in der Luft halten. Den verschiedenen Berechnungen und Überlegungen war gemeinsam, dass sie nur ungenaue und sogar widersprüchliche Ergebnisse zeitigten. Ein Beispiel ist die noch heute verbreitete Auffassung, dass der Auftrieb als Rückstoß durch das Aufprallen der Luftpartikel auf die Oberfläche des umströmten Körpers entsteht. Viele Physikbücher zeigen Bilder mit Querschnitten von Profilen und ihren Stromlinien, in denen die Partikel auch nach unten abgelenkt werden. Solche Bilder lassen sich aus der Lösung des Umströ-

1) Der Index  $\Pi$  steht hier für die Leistung  $P$ , um eine Verwechslung mit dem Druckbeiwert  $c_p$  zu verhindern.

2) siehe auch Lilienthals Fig. 3 in Tafel VIII seines Buchs [1].

3) Bilder zum Rundlauf ANIPROP RL3 und Verweise auf Lilienthal und Marey im Internet über: <http://www.aniprop.de>

4) DLR\_School\_Lab im DLR-Standort Göttingen: <http://www.schoollab.dlr.de>

5) [www.aniprop.de](http://www.aniprop.de)

mungsproblems aber nicht ableiten. Für den Widerstand gab es die „Luftkugeltheorie“ über den Aufprall der Partikel auf eine quer in der Strömung stehende Platte, die aber ebenso wenig mit Messungen übereinstimmte.

Die mathematische Formulierung des Umströmungsproblems beruht auf den Erhaltungssätzen für Impuls, Masse und Energie für ein Fluid, etwa Luft, und der Randbedingung der Umströmung für einen im Fluid bewegten Körper. Berücksichtigen die Sätze die Zähigkeit (Viskosität) des Fluids, so spricht man von den Navier-Stokes-Gleichungen, die Erhaltungssätze für das ideale Fluid ohne solche Terme mit Zähigkeit werden auch Euler-Gleichungen genannt (statt für das Ensemble der drei Gleichungen finden sich die Namen manchmal nur zu Kennzeichnung des jeweiligen Impulssatzes). Die aerodynamischen Lösungen zeichnen sich dabei durch eine Besonderheit aus: Die

„große“ Grundgeschwindigkeit  $u_0$  des fliegenden Körpers gibt eine ausgezeichnete Richtung vor. Quergeschwindigkeiten werden in den verschiedenen Approximationen vernachlässigt. Abb. 4 zeigt die Kräfteverhältnisse an einem typischen, aerodynamisch geformten Körper, einer Tragfläche mit der Flügeltiefe  $l$ . Die Ausdehnung in Spannweite  $b$  ist unterdrückt (2D-Querschnitt). Jedes Flächenelement  $\Delta S$  der Oberfläche des Körpers erfährt durch das Fluid eine Kraft  $f$  mit einem Anteil tangential zur Oberfläche in Richtung  $t$ , bewirkt durch die Schubspannung  $\sigma$ , und mit einem Kraftanteil entgegen dem örtlichen Normalenvektor  $n$  durch den Druck  $p$ . Die beiden resultierenden Kräfte Auftrieb und Widerstand werden nicht an der Anziehungskraft in Richtung  $g$  ausgerichtet, sondern auf die jeweilige Bahnrichtung bezogen. Die Anschauung lässt schon vermuten, dass diejenigen Kräfte keine großen Beiträge liefern, die sich aus den in Bahnrichtung weisenden Flächenanteilen ergeben. Diese so genannte Stirnfläche ist bei Tragflächen stets klein im Vergleich zur Aufsicht- oder Grundrissfläche  $A = \text{Flügeltiefe } l \times \text{Spannweite } b$ . Deswegen sind der Auftrieb aus der Schubspannung und der Widerstand durch Druck zumeist nur kleine Effekte. Allgemein übt das Fluid eine Kraft  $F$  auf die Oberfläche  $S$  des Körpers aus, die sich darstellt als

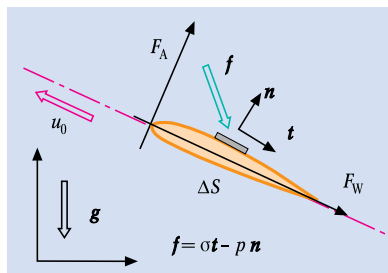
$$F = \iint_S (-p \cdot n + \sigma \cdot t) dS = F_p + F_\sigma .$$

Zerlegt man die beiden Beiträge zu  $F$  jeweils in Komponenten parallel und quer zur Bahnrichtung des Körpers, so erhält man den Auftrieb  $F_A$  und den Widerstand  $F_W$ . Das zentrale Gleichgewicht des Fliegens (im horizontalen Flug) lautet daher: *Der Auftrieb gleicht das Gewicht aus, die Schubkraft überwindet den Widerstand.*

Die Randbedingungen sind anschaulich verständlich. Überall auf der Oberfläche  $S$  des umströmten Körpers muss die Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel}}$  der Fluidpartikel gegenüber  $S$  verschwinden:  $v_{\text{rel}} = 0$ . Das Fluid haftet überall auf der Oberfläche und die Impulsübertragung auf das Fluid erzeugt eine Gegenkraft.

In Abb. 5 ist eine typische stationäre Lösung des

Umströmungsproblems für eine Tragfläche vorweggenommen, da vielleicht nicht alle Leserinnen und Leser die Skizzierung des Lösungswegs nachvollziehen wollen. Es ist diejenige Lösung, die sich mit wechselndem Profilquerschnitt in eigentlich allen Physikbüchern wiederfindet, in denen der Auftrieb einer Tragfläche abgehandelt wird – aber oft mit Bildern, die man nur als „frei erfunden“ bezeichnen kann. Die Lösung beruht auf der nachfolgend eingehender diskutierten Näherung, die hier als *Grenzfall der infinitesimal dünnen Grenzschicht* bezeichnet wird. Im Rahmen dieser Näherung wird weiterhin nur die Lösung in der Mitte einer unendlich ausgedehnten Tragfläche betrachtet, auch 2D-Lösung genannt. Der Körper bewegt sich gleichförmig mit  $u_0$  gegenüber dem Fluid. Auf einem modernen PC lässt sich der Auftriebsbeiwert  $c_A = F_A / F_0$  als Integral der Differenz zwischen der Verteilung des Druckbeiwerts  $c_p$  auf der Oberseite und der Unterseite in wenigen Sekunden berechnen. Der Widerstandsbeiwert  $c_W = F_W / F_0$  der Lösung ist im berechneten Grenzfall unendlicher Spannweite null. Der Unterdruck auf der Oberseite ist eine Folge der Lösung, bei der sich die teilende Staupunktstromlinie stromauf unterhalb der Mittel-



**Abb. 4:** Die örtliche Kraft  $f$  des Fluids auf einen Körper. Quer zur Bahnrichtung dominiert der Druck  $p$ , der für den Auftrieb  $F_A$  verantwortlich ist, in Bahnrichtung dominiert die Schubspannung  $\sigma$ , die für den Widerstand  $F_W$  verantwortlich ist.

linie stromauf unterhalb der Mittel-

linie ergibt (siehe vergrößerter Ausschnitt mit Profilnase). Auf der Oberseite wird deshalb mehr Masse durchgesetzt und die Geschwindigkeit ist folglich höher. Dies zeigen auch die beiden Partikel (violette Punkte) zu zwei Zeitpunkten  $t_0$  und  $t_1$  und zwei Zwischenzeiten, deren

Weg sich nach einem gemeinsamen Start in enger Nachbarschaft am Staupunkt teilt. Das fast gleiche Strömungsbild mit den schnelleren Partikeln auf der Oberseite (hier nicht dargestellt) entsteht auch bei der angestellten dünnen Platte ohne Wölbung. Die Wölbung ist deshalb auch nicht die Ursache für den Unterdruck, wie man häufig liest, sondern verstärkt ihn allenfalls.

Druck und Geschwindigkeit stehen über die Bernoullische Gleichung in Beziehung, die nachfolgend nur umgeschrieben ist:

$$c_p(x) = 1 - \frac{v_{\text{rel}}^2(x)}{u_0^2} \quad \text{mit} \quad c_p(x) = \frac{p(x) - p_\infty}{q_0} .$$

$x$  ist ein Ort im Strömungsfeld mit dem örtlichen Druck  $p(x)$ ,  $c_p$  der zugehörige Druckbeiwert. Vom Druck  $p$  ist der barometrische Ruhedruck  $p_\infty$  im Fluid abgezogen. Die Bernoullische Gleichung ist ein erstes Integral des Impulserhaltungssatzes (unter Bedingungen, die hier nicht weiter erörtert werden sollen) und stellt nur eine Beziehung zwischen der Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel}}$  und dem Druck  $p$  her. Die eigentliche Lösung des Umströmungsproblems ist der funktionale Zusammenhang von  $v_{\text{rel}}$  mit der Randbedingung für die Umströmung, deren Weg nachfolgend skizziert ist.

### Skizzierung des Lösungswegs

Der mit dem Flieger fest verbundene Beobachter sieht die Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel}}$  des Fluids (wie in Abb. 5). Lilienthal hat eine andere Geschwindigkeit  $v$  als Folge der Verdrängung und des Haftens beschrie-

ben: Das natürliche Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  der Fluidpartikel in demjenigen Bezugssystem, in dem die Luft anfänglich ruht hat. Dieses Feld unterscheidet sich von der Relativgeschwindigkeit um die kinematische Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_{\text{kin}}(\mathbf{x}_S, t)$ , mit der sich der Flieger durch die Luft bewegt und die die Eigenbewegung der Flügel mit einschließt:  $\mathbf{v}_{\text{rel}}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{v}_{\text{kin}}(\mathbf{x}_S, t) + \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ .

Wir beschränken uns im Folgenden auf inkompressible Strömungen. Inkompressibel soll heißen, dass die höchsten Geschwindigkeiten des Feldes  $\mathbf{v}$  nicht mehr als etwa ein Viertel der Schallgeschwindigkeit erreichen ( $c_s = 340 \text{ m/s}$ ), womit aber die ganze Welt des Fliegens und Schwimmens in der Natur abgedeckt ist. Die entscheidende Kennzahl ist die Mach-Zahl  $Ma = u_0/c_s$ . Der Einfluss der Kompressibilität auf die Lösung nimmt zu mit  $1/\sqrt{1-Ma^2}$ , wie eine genauere Analyse zeigt.

Die Folgen dieser Annahme stehen in enger Beziehung zum Fundamentalsatz der Vektoranalysis. Nach ihm lässt sich jedes Vektorfeld, also auch das Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ , darstellen als Gradient eines skalaren Potentials  $\phi$  plus der Rotation eines divergenzfreien Vektorpotentials  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = -\text{grad } \phi(\mathbf{x}, t) + \text{rot } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) + \text{Konstante},$$

mit  $\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = 0$ .

Diese grundlegende mathematische Aussage hat unmittelbare Konsequenzen für die praktische Lösung des Umströmungsproblems. Dazu kommen wir auf die drei bereits genannten Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie zurück. Der Erhaltungssatz für die Masse ist eine rein kinematische Aussage, die aus der Bewegung infinitesimal benachbarter Partikel in einem beliebigen Geschwindigkeitsfeld  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  folgt. Deren Abstand wird beschrieben durch die Differentialgleichung ihres jeweiligen relativen Verbindungsvektors  $\delta\mathbf{x}$  in diesem Feld:

$$\frac{d}{dt} \delta\mathbf{x} - \delta\mathbf{x} \cdot \text{grad } \mathbf{v} = 0 \quad \text{mit} \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad}.$$

Spannen vier infinitesimal benachbarte Fluidpartikel zum Zeitpunkt  $t$  ein orthogonales Dreiein für das Volumenelement mit der Masse  $\Delta M$  auf, so hat sich dieses Dreiein zum Zeitpunkt  $t+\Delta t$  bewegt und sein eingenommenes Volumen verändert, definitionsgemäß aber nicht die eingeschlossene Masse. Der Erhaltungssatz für die Masse steckt in der Differentialgleichung für die Beschreibung der zeitlichen Änderung des belegten Volumens für  $\Delta M$  bei Dehnung, die identisch erfüllt ist. Die Bewegung des Dreieins besteht aus formtreuer Drehung, Volumen erhaltender Scherung und isotroper Dehnung. Erzwungen werden diese drei Bewegungsanteile aus  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  durch die Vorschriften von Impuls- und Energiesatz. Die Energiebilanz eines bewegten Massenelements im Fluid wird außer durch Wärmeleitung nur durch Scherung und Dehnung beeinflusst. Die volumentreue und scherungsfreie Drehung verschiebt hingegen lokal keine Partikel und verursacht folglich auch keine Reibung und Energiedissipation. Die Beiträge aus den stofflichen Eigenschaften Zähigkeit und Wärmeleitung zum Wärmehaushalt des bewegten Massenelementes für Luft kann man abschätzen und zeigen, dass sie vernachlässigbar sind: Daher verbleibt vom Energiesatz nur eine adiabatische Zustandsgleichung, die für die Lösung des Umströmungsproblems nicht benötigt wird.

Während die Zähigkeit für die Energieerhaltung ver-

nachlässigbar ist, ist sie dagegen unerlässlich für die Impulsübertragung vom Körper auf die Strömung, sonst erhält man „falsche“ Lösungen, die mit dem Experiment nicht übereinstimmen.

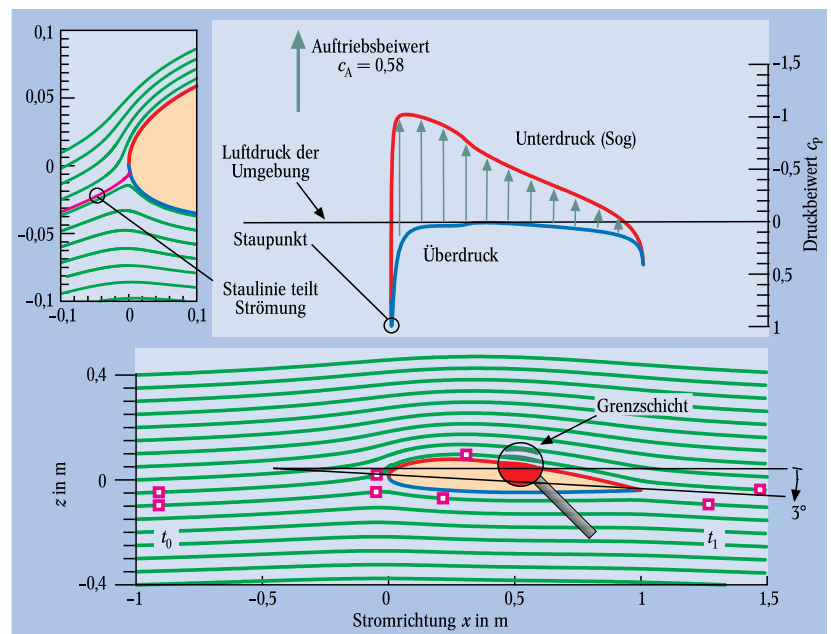
Die Dehnung  $\delta$  ist die Quelldichte des Feldes  $\mathbf{v}$ ,  $\delta = \text{div } \mathbf{v}$ , Drehung und Scherung finden sich in der Wirbelldichte  $\mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{v}$ . Scherung tritt auf bei der Impulsübertragung von einem bewegten Körper auf das Fluid sowie innerhalb des Fluids selbst. Die beiden Größen der Bewegung lassen sich unmittelbar mit den beiden obigen Potentialen in Verbindung bringen, indem man einmal die Divergenz, zum anderen die Rotation von  $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$  bildet. Es ergeben sich die beiden Potentialgleichungen

$$\Delta A(\mathbf{x}, t) = -\mathbf{j}(\mathbf{x}, t) \quad \text{und} \quad \Delta \phi(\mathbf{x}, t) = -\delta(\mathbf{x}, t).$$

Die Annahme der Inkompressibilität ist identisch mit einer verschwindenden Quelldichte; die Dichte  $\rho$  ist dann eine Konstante  $\rho_\infty$ . Die Geschwindigkeit wird nun allein durch das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  bestimmt, das aus der allgemeinen Lösung der Potentialgleichung  $\Delta A = -\mathbf{j}$  folgt:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \iiint_{\text{Vol.}} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{x}', t')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} dV'.$$

Wirbelldichte kennzeichnet Gebiete des Geschwindigkeitsfeldes mit der Eigenschaft, Scherströmung zu sein und hier auch durch Impulsübertragung auf sich selbst zurückzuwirken. Überall sonst ist  $\mathbf{j}$  gleich null



**Abb. 5:** Berechnete Strömung (unten) eines gewölbten, dicken Profils (NACA2312) mit  $3^\circ$  Anstellwinkel. Diese Lösung für den unendlich gestreckten Flügel (2D-Fall) ist leistunglos und liefert nur eine Kraftkomponente quer zur Anströmung (infinitesimal dünne Grenzschicht). Aus der Strömungsgeschwindigkeit ergibt sich mithilfe der Bernoulli-Gleichung der Druck bzw. der Druckbeiwert  $c_p$  (oben rechts). Der Auftriebsbeiwert  $c_A = F_A/F_0$  ergibt sich als Integral der Differenz (grüne Pfeile) zwischen der Verteilung des Druckbeiwerts  $c_p$  auf der Oberseite (rote Linie für Kontur und Beiwerte) und der Unterseite (blaue Linie für Kontur und Beiwerte). Die violetten Quadrate symbolisieren zwei benachbarte Partikel, die zum gleichen Zeitpunkt starten und deren Bahnen durch die Staulinie getrennt sind. Die Partikel auf der Oberseite sind schneller, da die Staulinie, die die Strömung teilt, unterhalb der Mittellinie des Profils liegt (oben links). Die Grenzschicht (Lupe) ist in Abb. 6 vergrößert gezeigt.

und es gibt nur eine „Fernwirkung“ des ersten Bereichs, der eine volumentreue und scherungsfreie Drehung induziert.

Die Randbedingung für die Umströmung verlangt, dass die Relativgeschwindigkeit verschwinden muss, und liefert somit die Bedingung für  $\mathbf{j}$ , die zu jedem Zeitpunkt erfüllt sein muss:  $\text{rot } \mathbf{A} = -\mathbf{v}_{\text{kin}}$ . Die Gleichung verlangt die Kenntnis der Kinematik des umströmten Körpers, die aus Messungen an Lebewesen oder durch äquivalente theoretische Annahmen bekannt ist. Die eigentliche Dynamik, die zeitliche Entwicklung des aus der erzwungenen Umströmung resultierenden Geschwindigkeitsfeldes, kommt aus dem Impulserhaltungssatz:

$$\rho_\infty \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\text{grad } p + \rho_\infty \mathbf{g} + \eta \Delta \mathbf{v}.$$

Die Anwendung des Rotationsoperators  $\text{rot}$  auf den Impulssatz liefert die *Wirbeltransportgleichung* für die Wirbeldichte  $\mathbf{j}$ :

$$\frac{d\mathbf{j}}{dt} - \mathbf{j} \cdot \text{grad } \mathbf{v} = \frac{\eta}{\rho_\infty} \Delta \mathbf{j}.$$

Der Druckgradient und das Schwerfeld tauchen nicht mehr auf. Das Geschwindigkeitsfeld wird allein durch die Dynamik der Wirbeldichte  $\mathbf{j}$  bestimmt: *Alle inkompressiblen Strömungen sind allein Wirbelodynamik.* Mit dem Zähigkeitsterm auf der rechten Seite gleich null ist diese Differentialgleichung für  $\mathbf{j}$  formal identisch mit der voranstehenden für den relativen Verbindungsvektor  $\delta \mathbf{x}$ . Sie besagt für diesen Fall in Worten, dass Wirbeldichte, ist sie einmal entstanden, an ein- und denselben Partikeln haften bleibt und im Fluid nur mittransportiert wird. Der skalare Fluss von  $\mathbf{j}$  durch eine mitbewegte Fläche, die so genannte Zirkulation  $\Gamma$ , bleibt in diesem Fall folglich erhalten. *Entstehen* kann Wirbeldichte unter diesen Umständen nur noch an den Oberflächen von Körpern. Mit Zähigkeitsterm diffundiert die Wirbeldichte dagegen zu den umliegenden Partikeln, ohne allerdings verloren zu gehen. Dies würde erst geschehen, wenn wieder innere Reibung zugelassen würde, die vernachlässigt worden war. Die Lösung der Gleichung für den Wirbeltransport ist im allgemeinen Fall sehr schwierig, denn in der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  steckt über das Integral für das Vektorpotential  $\mathbf{A}$  ebenfalls wieder die Wirbeldichte  $\mathbf{j}$ . Die Gleichung ist damit eine Integro-differentialgleichung für die Wirbeldichte  $\mathbf{j}$ . Für dieses Problem gelang dem Göttinger Strömungsmechaniker Ludwig Prandtl (1875–1953) der große Wurf.

### Prandtls Näherungen der Grenzschicht

Wenn keine Zähigkeit  $\eta$  in der Strömung angenommen wird, also in einem idealen Fluid, bleibt die Zirkulation in der Strömung erhalten. Aber unter solchen Bedingungen kann auch kein Impuls mehr von einem umströmten Körper auf das Fluid übertragen werden.

Wo kommt nun der Auftrieb in Abb. 5 her? Er stammt aus der Druckverteilung an der Grenze zwischen Außenströmung ohne Zähigkeit und Grenzschicht mit Zähigkeit (Abb. 6), wobei Prandtl annimmt, dass der Druck  $p$  durch die Grenzschicht hindurch konstant bleibt ( $\partial p(h,s)/\partial h = 0$ ).

Das Verfahren von Prandtl ist eine geniale Vereinfachung der Wirbeldynamik *mit* Zähigkeit. Von Prandtl wird berichtet, dass ihn die Suche nach einem Weg zur Lösung des Umströmungsproblems für eine Tragfläche fast zur Verzweiflung gebracht hat (den Leserinnen und Lesern möge dies ein Trost sein). Genau hier liegt aber der Schlüssel zum Verständnis der Aerodynamik und des Widerspruchs *ideale Flüssigkeit und Auftrieb*. Es geht dabei um die Behandlung des besonders kritischen Bereichs nahe der Oberfläche. Das relativ zum Profil bewegte Fluid wird nicht nur verdrängt, sondern durch die Zähigkeit des Fluids haften die Partikel direkt auf der Oberfläche und reißen im Nahbereich die entgegenkommenden Partikel mit, sodass diese dem Profil „nachlaufen“. Dass ständig neue Partikel mit kinetischer Energie ausgestattet werden, äußert sich als Strömungswiderstand, zu dessen Überwindung fort-

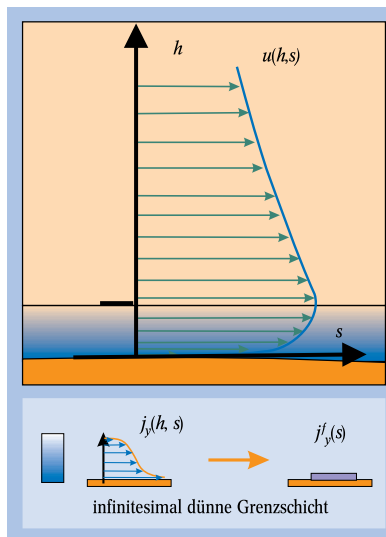
während Leistung aufgebracht werden muss. Die Geschwindigkeit des vorbei eilenden Fluids steigt dabei sehr schnell von null auf die Größenordnung von  $u_0$  an (Abb. 6).

Prandtl hat nicht nur die Strömungsverhältnisse in dieser Übergangzone zwischen Oberfläche  $S$  und Fluid mit seiner Grenzschichttheorie recht genau berechnet [9]. Vor allem hat er späterhin in seiner Tragflügeltheorie erkannt, dass man diese zumeist sehr dünne Zone für die Berechnung des Auftriebs gar nicht genau kennen muss, wenn man nur ihre Existenz auf eine bestimmte Weise berücksichtigt [10]. Dazu hat er unterstellt, dass die Vorgänge der Impulsübertragung in der insbesondere bei Flugzeugtragflächen sehr dünnen Grenzschicht näherungsweise in einem mathematisch infinitesimal dünnen Bereich stattfinden. Je größer die Geschwindigkeit, desto dünner ist diese Schicht und desto größer ist die Reynolds-Zahl  $Re = u_0 \rho l / \eta$  mit  $l$  als Flügeltiefe. Ein grober Mittelwert für die Dicke  $z_0$  einer Grenzschicht auf einer Tragfläche ist  $z_0 = 5l / \sqrt{Re}$  mit  $Re =$

$6,7 \cdot 10^4 \cdot u_0 l / (\text{m}^2 \text{s}^{-1})$ , also wenige Millimeter bei einem startenden Verkehrsflugzeug ( $l = 4 \text{ m}$ ,  $u_0 = 80 \text{ m/s}$ ). Auch der glatt abfließende „Nachlauf“ auf Ober- und Unterseite wird hinter dem Profil auf einen flächenhaft dünnen Bereich  $N$  in der Strömung komprimiert. Statt der räumlichen Wirbeldichte wird nunmehr eine Lösung für die flächenhafte Wirbeldichte  $\mathbf{j}^f$  gesucht durch

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S+N} \frac{\mathbf{j}^f(\mathbf{x}', t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} dF'.$$

Allerdings kann nun die Randbedingung  $\mathbf{v}_{\text{rel}} = 0$  nicht mehr streng erfüllt werden. Die Partikel müssen die Oberfläche  $S$  aber wenigstens noch tangential umströ-



**Abb. 6:** In der Grenzschicht nahe der Oberfläche werden die Partikel mitgerissen und die Geschwindigkeit  $u$  des Fluids steigt schnell an (oben). Nach der Prandtlschen Näherung wird für die Berechnung des Drucks die räumliche Grenzschicht auf eine flächenhafte Grenzschicht gleicher Stärke zusammengepresst, an deren „äußerem“ Rand die Randbedingung  $\mathbf{v}_{\text{rel}} \cdot \mathbf{n}_S = 0$  gilt (unten).

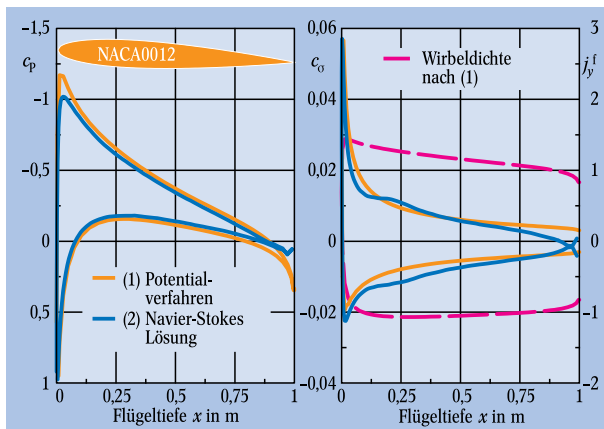
men,  $\mathbf{v}_{rel} \cdot \mathbf{n}_S = 0$ . Es verbleibt als Randbedingung rot  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{n}_S = -\mathbf{v}_{kin} \cdot \mathbf{n}_S$ .

Die flächenhafte Wirbeldichte hat einen unschätzbaren Vorteil: Mithilfe des Ampèreschen Theorems für flächenhafte Wirbeldichten (siehe Potentialtheorie) kann der Druck auf der Tragfläche nachträglich über die Bernoullische Gleichung aus  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{v}_{kin}$  berechnet werden. Dies gilt auch für zeitlich veränderliche Bewegungen der Tragfläche, für die sich eine instationäre Bernoullische Gleichung herleiten lässt.

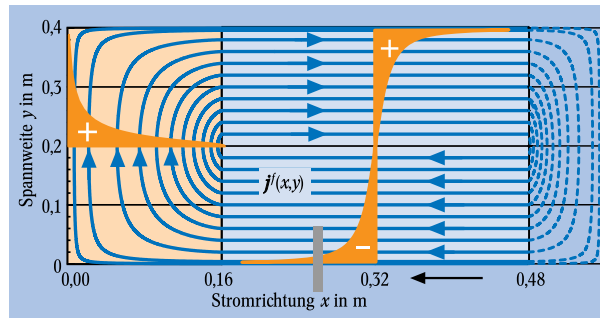
Als weitere Näherung nimmt man noch an, dass die Wirbeldichte (als Folge der infinitesimal dünnen Scherströmung) näherungsweise dort im Fluid liegen bleibt, wo sie die Hinterkante verlassen hat („starrer“ Nachlauf). Von der Wirbeltransportgleichung verbleibt nur die Differentialgleichung  $d\mathbf{j}^f/dt = 0$ , die sich vergleichsweise einfach lösen lässt.

Es ist anschaulich zu erwarten, dass sich die beiden Grenzschichten von Ober- und Unterseite an der Hinterkante einfach nur aufeinanderlegen und hinter dem Profil zurückbleiben (glatter Abfluss). Die Folgen dieser Annahme ergeben das Strömungsbild in Abb. 5, das sich auch im Experiment einstellt. Damit ergibt sich nach der Bernoullischen Gleichung eine Druckverteilung, die sich als Auftriebskraft äußert. Im Grenzfall unendlich großer Reynolds-Zahl schrumpfen die beiden dünnen Grenzschichten zu Flächen. Nur die Zähigkeit mit ihrer Haftwirkung an der Profiloberfläche verhindert, dass die Partikel von der Unterseite an der Hinterkante direkt in das Gebiet geringeren Drucks auf der Oberseite zurückströmen. Könnten sie dies, dann würden sie aber bald auf die Partikel von der Oberseite stoßen, die sie wieder in Stromrichtung abdrängen. Die Folge für das Strömungsbild wäre ein zweiter Staupunkt auch auf der Oberseite dicht vor der Hinterkante (tatsächlich lässt sich auch dieser Fall experimentell nachweisen, wie die Hele-Shaw Strömung zeigt [11]). In diesem Fall verschwindet das Integral über die Differenz der Druckbeiwerte und damit der Auftrieb. Die Zähigkeit geht beim Modell der infinitesimal dünnen Grenzschicht also nur noch als Annahme für das Strömungsbild ein.

Durch Prandtls Konzept wird die Berechnung von Auftrieb und Widerstand „entkoppelt“ und kann in



**Abb. 7:** Für anliegende Strömungen unterscheiden sich die Beiwerte  $c_0 = \sigma/q_0$  der Schubspannung (rechts) aus dem 2-Schritt-Verfahren nach Prandtl kaum von der aus einem Navier-Stokes-Löser für zähe Strömung (Rechnung B. Grüber). Die Beiwerte  $c_p = (p - p_\infty)/q_0$  des Drucks (links) weichen nur an der Hinterkante ab. Die flächenhafte Wirbeldichte ist auf  $u_0$  bezogen. Turbulente Grenzschicht,  $\alpha_s = 3^\circ$ ,  $Re = 10^5$ .



**Abb. 8:** Aufsicht auf eine dünne Platte von  $0,16 \times 0,4 \text{ m}^2$  (helles orange) mit Anstellwinkel (3D-Lösung). Die flächenhafte Wirbeldichte  $\mathbf{j}^f$  (blau) erzwingt durch das von ihr induzierte Geschwindigkeitsfeld die tangential Umströmung, die im Mittelschnitt  $y = 0,2 \text{ m}$  von der Seite betrachtet ( $xz$ -Ebene) ein ähnliches Bild bieten würde wie die Strömung in Abb. 5. Die abfließende Wirbeldichte spannt den Nachlauf (hellblau) auf, der bei der stationären Lösung ins Unendliche reicht. Die Integralkurven dieses Vektorfeldes sind geschlossene Kurven (Hufeisenwirbel). Die Zirkulation (dunkles orange) bleibt im Nachlauf erhalten, weil keine Diffusion vorhanden ist. Der schwarze Pfeil gibt die Richtung an, aus der in Abb. 9 auf die graue Fläche geblickt wird.  $\alpha_s = 10^\circ$ ,  $\Lambda = 2,5$ ,  $c_A = 0,484$ .

zwei aufeinanderfolgenden Schritten stattfinden. Erst diese Vereinfachung hat Tragflächenumströmungen der Berechnung zugänglich gemacht und damit auch neben der Entwicklung der Luftfahrt die Einsichten in die Physik des Tierflugs sehr befördert.

Berechnet man die Fluidkraft  $\mathbf{F}$ , dann findet man zunächst nur eine Näherung für den Druck  $p$ . Der Beitrag aus den Schubspannungen wird erst im zweiten Schritt ermittelt. In Schritt 1 berechnet man genau genommen den Druck auf der Außenseite dieser infinitesimal dünnen Grenzschicht. In Schritt 2 der Einbeziehung einer endlich dicken Grenzschicht muss die Reynolds-Zahl vorgegeben werden, aus der die Dicke der zu berücksichtigenden Grenzschicht folgt. Man erhält dann zum einen den Beitrag zu  $\mathbf{F}$  aus der Schubspannung  $\sigma$  am Profil, den eigentlichen (Reibungs-) Widerstand, und zum anderen eine Korrektur der Druckverteilung aus dem nun endlich dicken Nachlauf, die einen Druckwiderstand liefert. Im zweiten Lösungsschritt liefert die Schubspannungslösung umgekehrt aber keinen nennenswerten Beitrag mehr zum Auftrieb, weil der Druck durch die endlich dicke Grenzschicht hindurch sich kaum verändert. Ist man also nur am Auftrieb interessiert, dann genügt zumeist der erste Schritt. Abb. 7 zeigt das Ergebnis dieser beiden Schritte im Vergleich zu einer numerischen Lösung der Navier-Stokes-Gleichung.

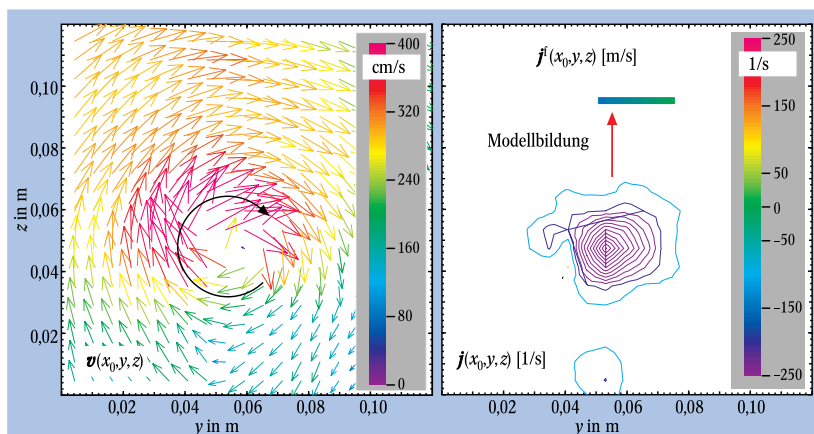
### Wirbeldichte im Experiment

Tragflächen kann man näherungsweise als ebene oder gewölbte Platten darstellen, deren Umströmung eine infinitesimal dünne Wirbelschicht erzwingt. Dies gilt nicht nur für den Insektenflügel, dessen Leistungen in Abb. 3 auf diese Weise berechnet worden sind. Auch Berechnungsverfahren für Flugzeuge machen sich diese Vereinfachung zunutze, wenn es nur um Druckkräfte geht. Eine solche Lösung zeigt Abb. 8. Für den Beiwert des Auftriebs einer solchen angestellten Platte gibt es eine grobe Näherungsformel, in der  $\Lambda = b^2/A$  das so genannte Seitenverhältnis ist:  $c_A = 2\pi \cdot \sin \alpha_s \cdot \Lambda / (\Lambda + 2)$ . Nehmen wir die Daten von einem Airbus A340 mit  $A = 363 \text{ m}^2$  und  $b = 60 \text{ m}$  kurz nach dem Start bei  $u_0 = 150 \text{ m/s}$ , dann müsste nach dieser Formel eine

ebene Platte mit 6 Grad angestellt sein, um die Masse von 270 t ausgleichen zu können (die Gleitzahl ist  $\varepsilon = c_A/c_W \cong 20$ ).

Theoretisch aufgeklärt sind alle Einzelheiten der Wirbelbildung bis heute nicht. Turbulente Schwankungen in der Strömung machen eine „genaue“ Vorhersage der Umströmung nur mit Einschränkungen möglich. Stets müssen noch Annahmen unterstellt werden, die Unsicherheiten bedeuten.

Die Sichtbarmachung von Strömungen ist daher ein aktuelles Thema, weil Form und Stärke der Wirbel hinter einer Flugzeugtragfläche den Abstand bestimmen, mit dem zwei Flugzeuge hintereinander landen dürfen. Für den eingangs schon erwähnten Airbus A380 werden diese Strukturen mit den modernsten Messfahren am Modell untersucht. Vor allem sucht man nach Ideen, den Wirbelzerfall hinter dem Flugzeug zu be-



**Abb. 9:** Geschwindigkeitsfeld und Wirbeldichte hinter der angestellten Platte aus Abb. 8. Blickrichtung ist gegen die Hinterkante. Die Kante des Fensters von  $0,12 \times 0,12 \text{ m}^2$  ist in Abb. 8 als graue Fläche eingezeichnet. Die linke Abbildung zeigt die als Randwirbel kreisenden Partikel mit ihren Geschwindigkeitskomponenten in der  $yz$ -Ebene. Dieser Wirbel und sein entgegengesetzt rotierendes Pendant an der gegenüberliegenden Tragflächkante bilden die so genannte Wirbelschleppe,

die ein Flugzeug hinter sich „herzieht“ und die den Mindestabstand zu einem nachfolgenden Flugzeug bestimmt. Der Randwirbel als Wirbeldichte in der rechten Abbildung durchstößt das Blickfenster; er ist in Wirklichkeit nicht „flach“, wie das Wirbelmodell annimmt, sondern hat eine runde Struktur. Messung mit „Particle Image Velocimetry“ (PIV). Auswertung mit freundlicher Hilfe von Dr. G. Schneider (DLR).

schleunigen. Das PIV-Verfahren ist das Mittel der Wahl dafür, weil ganze Schnittebenen mit einer Aufnahme erfasst werden können.<sup>6)</sup> Das Fluid ist mit Partikeln im  $\mu\text{m}$ -Bereich durchsetzt. Ein Laser-Doppelblitz wird aufgefächert und beleuchtet eine Schnittebene. Die Ebene wird zweimal zeitgleich zu den Blitzen mit einer hochauflösenden CCD-Kamera fotografiert. Aus den verschobenen Streupartikeln werden kohärente Strukturen errechnet, die das Geschwindigkeitsfeld in der Ebene liefern und damit auch die Wirbeldichte. Mit einer weiteren Kamera erhält man sogar die 3D Struktur des Geschwindigkeitsfeldes. Abb. 9 ist am Rundlauf entstanden mit Geschwindigkeiten von 4–6 m/s. Der rechte Bildteil zeigt die Wirbeldichte als Bereich der Strömung, in dem die Strömung durch Scherung unvermeidlich Bewegungsenergie in innere Energie umsetzt. Die „Fernwirkung“ dieser Zone ist Quelle einer großräumigen Partikelbewegung (linkes Bild), die als der eigentliche Wirbel gesehen wird. Im mathematischen Modell schrumpft die räumliche Ausdehnung der Wirbeldichte auf eine flächenhaft dünne Schicht.

6) Particle Image Velocimetry: <http://pivnet.sm.go.dlr.de/PivNet>

## Ausblick

Die Physik des Fliegens fristet in der physikalischen Grundausbildung an Schulen wie Hochschulen zumeist ein eher kärgliches Dasein, oft mit veralteter experimenteller Ausstattung und mit nicht weniger alten didaktischen Konzepten. Moderne Analyse- und Messverfahren liefern heute völlig neue und verdichtete Einblicke in Strömungen. Die Querverbindungen zur Biologie, zur Fahrzeugaerodynamik und zum Luftsport machen dieses Gebiet für viel junge Leute attraktiv. Die didaktische Aufarbeitung der Einsichten und Modellvorstellungen kann nach den Erfahrungen des Autors einen respektablen Beitrag zur Attraktivität des Physikunterrichts leisten, zumal weite Bereiche allein mit den Grundlagen der Mechanik erfasst werden können. Den inkompressiblen Strömungen kommt dabei eine besondere Bedeutung zu. Mehr als viele andere Gebiete ist die Physik des Fliegens auch eine Domäne des Experiments. Trotz wachsender Rechenkapazität der gängigen PCs entziehen sich viele Strömungsvorgänge des alltäglichen Lebens der genauen numerischen Analyse, weil gewisse Grundfragen turbulenter Strömungen unverändert ungelöst sind. Das simulierte Experiment am Rechner kann leicht als unzulänglich entlarvt werden. Das macht Physik lebendig und offen für den Diskurs.

Der Autor freut sich über Anfragen ebenso wie über Mitstreiterinnen und Mitstreiter, die an einem Erfahrungsaustausch interessiert sind und seine Kenntnisse durch eigene Forschungen und Einsichten bereichern können. Das Internet ist dafür eine ideale Plattform.

## Literatur

- [1] O. Lilienthal, Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst, Gaertner Verlag, Berlin, 1889.
- [2] W. Zarnack, A transducer recording continuously 3-dimensional rotations of biological objects, J. comp. Physiol. **126**, 161 (1972).
- [3] W. Send, The Mean Power of Forces and Moments in Unsteady Aerodynamics, Z. f. Angewandte Math. u. Mech. **72**, 113 (1992).
- [4] M. Wortmann, Rollmoment, Auftrieb und Vortrieb der Wüstenheuschrecke, Diss. Universität Göttingen, 1991.
- [5] E. von Holst, Über „künstliche Vögel“ als Mittel zum Studium des Vogelfluges, J. für Ornithologie **91**, (1943).
- [6] É.-J. Marey, Le Vol des Oiseaux, Éd. G. Masson, Paris, 1890.
- [7] W. Send, Aerodynamik des Tierflugs, MNU **47/3**, 131 (1994).
- [8] W. Send, Der Mechanismus des Schwingenflugs, in: Didaktik der Physik, Vorträge DPG JT 1996, Jena, S. 19, ISSN 1430-564X
- [9] L. Prandtl, Ueber Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, in: Verh. III. Int. Math. Kongr., Heidelberg 1904, S. 484, Teubner Verlag Leipzig, 1905.
- [10] L. Prandtl, Tragflügeltheorie. 1., Mitt. Ges. Wiss. Gött., Math.-phys. Kl., 151 (1918). Tragflügeltheorie. 2., dto., 107 (1919).
- [11] M. van Dyke (Hrsg.), An Album of Fluid Motion, The Parabolic Press, Stanford, California, 1982.